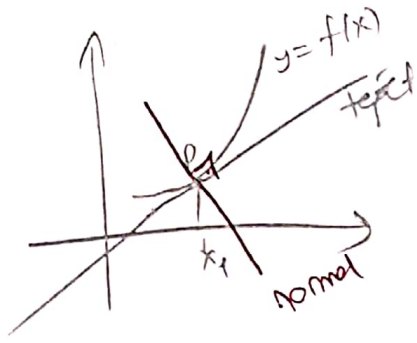


Tangent Denklemi - Normal Denklemi

8. Ders

9. Ders



$y = f(x)$ eğrisinin

$P(x_1, f(x_1))$

noktasındaki tangent doğrusunun eğimi

$$m_t = f'(x_1) \text{ dir.}$$

$P(x_1, f(x_1))$ nokta ve $m_t = f'(x_1)$ eğimi belli olan doğru

denkleminde tangent doğrusunun denklemi

$$y - f(x_1) = f'(x_1) (x - x_1)$$

şeklinde dir

Tangent doğrusuna dik olan doğruya normal doğrusu (normali) denir ve diğ. doğrular için eğimleri çarpımı -1 olur.

$$\text{diğ. } m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = \frac{-1}{m_t} = \frac{-1}{f'(x_1)} \text{ olup } P \text{ noktasında}$$

normal doğrusunun denklemi

$$y - f(x_1) = \frac{-1}{f'(x_1)} (x - x_1) \text{ şeklindedir.}$$

Örnekler

1) $y = 2x^2 - 5x + 3$ eğrisine $x = 2$ noktasında çizilen tangentin

denklemi nedir?

$$x = 2 \text{ için } y = 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3 = 1 \Rightarrow P(2, 1) \text{ dir.}$$

$$y' = 4x - 5 \Rightarrow m_t = y'(2) = 8 - 5 = 3 \text{ olup } P(2, 1) \text{ noktasında}$$

tangentin denklemi

$$y - 1 = 3(x - 2) \Rightarrow \underline{y = 3x - 5} \text{ olur}$$

2) $x^2 + 5y^2 = 14$ eğrisinin $A(3,1)$ noktasındaki teğetin denklemini bulunuz

$$y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{2x}{10y} \quad m_t = y'(3,1) = -\frac{2 \cdot 3}{10 \cdot 1} = -\frac{3}{5} \text{ olup}$$

$$y-1 = -\frac{3}{5}(x-3) \Rightarrow 5y-5 = -3x+9$$

$$5y+3x = 14 \text{ dir.}$$

3) $y = x + \frac{2}{x}$

3) $y = x + \frac{2}{x}$ eğrisinin $A(1,3)$ noktasındaki teğetin ve normalin denklemlerini bulunuz

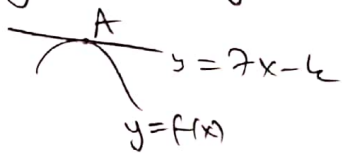
$$y' = 1 - \frac{2}{x^2} \quad y'(1) = m_t = 1 - \frac{2}{1} = -1 \text{ olup}$$

$$\text{teğet denklemini} \quad y-3 = -1(x-1) \Rightarrow y = -x+4 \text{ dir.}$$

$m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = 1$ olup normal denklemini

$$y-3 = 1(x-1) \Rightarrow y = x+2 \text{ dir.}$$

4) $y = 7x - k$ doğrusu $y = \frac{x^4}{4} - x + 2$ fonksiyonunun grafiğine teğet olduğuna göre $k = ?$



$$m_t = 7 = y'(a) \text{ dir.}$$

$A(a, f(a))$ için

$$y' = x^3 - 1 \Rightarrow y'(a) = a^3 - 1 = 7 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2 \text{ olur.}$$

$$a = 2 \text{ için } f(a) = \frac{2^4}{4} - 2 + 2 = 4 \text{ dir.}$$

A noktası $y = 7x - k$ üzerinde olduğundan

$$4 = 7 \cdot 2 - k \Rightarrow k = 10 \text{ olur.}$$